

**Es 1 [Pt 10]** Discutere la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{1/n} - \cos \frac{1}{n} \right) \cdot \left( \sqrt{n+4} - \sqrt{n+1} \right).$

**Es 2 [Pt 10]** Discutere la convergenza dell'integrale improprio  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1-x^x} dx.$

**Es 3 [Pt 10]** Sia  $f(x) = \frac{\sin(\pi x^2)}{\log x}$  e sia  $A = (0, 1)$ . Discutere l'uniforme continuità di  $f$  su  $(0, 1)$  e su  $(1, +\infty)$ ,

---

**Es 4 [Pt 30]** Discutere, al variare di  $x$ , la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\log(1 + (1-x)^{2n}) + \tanh x^{2n}}.$

**Es 5 [Pt 20]** Discutere, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la convergenza dell'integrale improprio  $\int_0^\infty \frac{\sin \pi x + (e^{\alpha(x-1)} - 1)}{\log x} dx.$

**Es 6 [Pt 20]** Calcolare il seguente limite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \frac{x}{3}) - \frac{1}{x} + \cotan x}{\sqrt{1+x^2} - \cos x}.$

---